

УДК 621.982

Сатонин А. В., Грибков Э. П., Гаврильченко О. А.

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ МЕТАЛЛА И ОСНОВНЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ КАЧЕСТВА ПРИ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОЦЕССА ПРАВКИ НА МНОГОРОЛИКОВЫХ ПРАВИЛЬНЫХ МАШИНАХ**

Прогресс в области правки листового и полосового металлопроката на многороликовых листопрямильных машинах предполагает дальнейшее развитие соответствующих методов расчёта. При этом актуальной проблемой остаётся повышение степени достоверности получаемых решений, которые, как было установлено, весьма чувствительны к строгости формулировки граничных условий задачи. Специально проведенные исследования показали, что именно чрезмерное упрощение граничных условий в расчётных схемах рассматриваемых участков листа, а отнюдь не отказ от учёта остаточных напряжений, упрочнения или эффекта Баушингера, является главной причиной неточности существующих теорий правки. Так, одни авторы рассматривают лист в качестве многоопорной балки с шарнирами против крайних роликов и жёстким закреплением на остальных роликах с нечётными номерами, т. е. пренебрегают наклоном листа в точках контакта с роликами № 3, 5, ...,  $n - 2$ , хотя в действительности углы наклона могут исчисляться несколькими градусами.

В других работах, например [1], лист приводят к совокупности двухопорных балок с шарнирными опорами, равноудалёнными от осей ближайших роликов, тем самым пренебрегая согласованием углов наклона и прогибов в нулях эпюры изгибающего момента, а также горизонтальным смещением нулевых точек эпюры. Некоторые методики учитывают все условия сопряжения, но игнорируют смещение точек контакта относительно вершин роликов, что, вообще говоря, тоже способно существенно исказить результаты вычислений, особенно в случае наклонной настройки, когда на последних роликах смещение точки контакта сопоставимо с прогибом листа. В работе [2] смещения учитываются, зато сам процесс деформирования при параллельной настройке рассматривается как стационарный режим, периодически повторяющийся от ролика к ролику, а граничные условия – соответственно как симметричные. Здесь пренебрегают неравенством углов наклона на соседних роликах, что также приводит к заметной ошибке. Решение неприменимо при наклонной или индивидуальной настройке роликов.

Целью данной работы является разработка математической модели и программных средств по автоматизированному расчету процесса правки толстых листов на многороликовых правильных машинах.

В качестве альтернативы предлагается метод расчёта, в основу которого заложен минимум упрощений и при этом строго удовлетворяются граничные условия.

На рис. 1 приведена расчётная схема  $i$ -го межроликового участка листа толщиной  $h$ , полностью заданного в машину,  $i = 1, \mathbf{K}, n - 1$ , где  $n$  – число роликов. Диаметры роликов  $d_i$  и горизонтальное расстояние между их осями  $\Delta x_i$ , в общем случае, предполагаются переменными, поэтому метод охватывает схемы правки с наличием направляющего и корректирующего роликов, которые используются при параллельной настройке машины, а также может быть применён к правильному стану. Через  $w_i$  обозначено перекрытие  $i$ -й пары роликов,  $\Delta x_i'$  и  $c_i'$  – соответственно горизонтальное и вертикальное расстояния между краями участка с учётом смещения,  $b_i$  и  $a_{i+1}$  – углы поворота крайних сечений (на схеме приняты положительными). Для машины с постоянными шагом  $t$  и диаметром роликов  $d$ , очевидно,

$\Delta x_i = t/2$ ,  $d_i = d$ . Начало координат совмещено с началом участка, ось абсцисс направлена по горизонтали в сторону движения, ось ординат – в сторону той поверхности листа, которая не контактирует с  $i$ -м роликом.

Согласно расчётной схеме линейные координаты равны:

$$\begin{aligned} \Delta x_i' &= \Delta x_i + 0,5[(d_i + h)\sin b_i - (d_{i+1} + h)\sin a_{i+1}]; \\ c_i' &= w_i + h - (d_i + h)\sin^2 0,5b_i - (d_{i+1} + h)\sin^2 0,5a_{i+1}. \end{aligned} \quad (1)$$

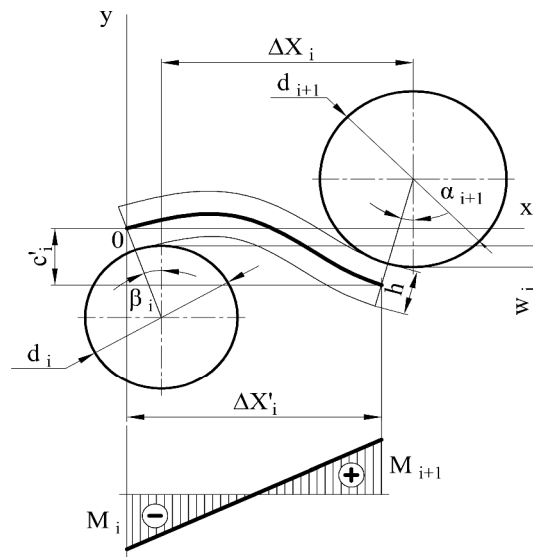


Рис. 1. Расчётная схема межроликового участка листа

Кривизну  $c_i$  изгиба среднего слоя листа против каждого  $i$ -го ролика удобно считать положительной, если по направлению она совпадает с кривизной контактной поверхности самого ролика. Соответственно кривизне определяется знак изгибающего момента  $M_i$ . Таким образом, на каждом  $i$ -м участке текущая кривизна  $c$  меняется от  $-c_i$  до  $c_{i+1}$ , а текущее значение переменного момента  $M$  от  $-M_i$  до  $M_{i+1}$ . Исходная кривизна листа есть его кривизна на первом ролике, остаточная – на последнем.

Точное выражение для кривизны, если форма изогнутой оси листа (линия прогибов) при  $0 \leq x \leq \Delta x_i'$  определяется зависимостью  $y = y(x)$ , выглядит как:

$$c = (d^2 y / dx^2) / [1 + (dy / dx)^2]^{3/2}. \quad (2)$$

Но в правке изгибом прогибы листа обычно малы по сравнению с шагом роликов. Это позволяет пренебречь геометрической нелинейностью и обоснованно пользоваться гипотезой начальных размеров, описывая линию прогибов, как в случае балки, упрощённым дифференциальным уравнением:

$$d^2 y / dx^2 = c, \quad (3)$$

с граничными условиями:

$$x = 0 \Rightarrow y = 0, \quad dy / dx = tg b_i; \quad x = \Delta x_i' \Rightarrow y = -c_i', \quad dy / dx = -tg a_{i+1}.$$

Предполагается, что кривизна в правой части уравнения функционально связана с изгибающим моментом под соответствующим роликом  $M_i$ , который, в свою очередь, линейно зависит от координаты  $x$ :

$$M = (M_i + M_{i+1})x / \Delta x_i' - M_i. \tag{4}$$

Решение сформулированной краевой задачи приводит к следующим уравнениям для угла схода листа с  $i$ -го ролика и угла подхода к  $(i+1)$ -му ролику:

$$tg b_i = -\frac{2s_T \cdot \Delta x_i'}{Eh} \cdot \frac{1}{(m_i + m_{i+1})^2} \int_{-m_i}^{m_{i+1}} dm \int_{-m_i}^m k dm - \frac{c_i'}{\Delta x_i'}; \tag{5}$$

$$tg a_{i+1} = \frac{2s_T \cdot \Delta x_i'}{Eh} \cdot \left[ \frac{1}{(m_i + m_{i+1})^2} \int_{-m_i}^{m_{i+1}} dm \int_{-m_i}^m k dm - \frac{1}{m_i + m_{i+1}} \int_{-m_i}^{m_{i+1}} k dm \right] + \frac{c_i'}{\Delta x_i'}, \tag{6}$$

где  $s_T$ ,  $E$  – значения напряжений текучести и модуля упругости материала листа, определенные в зависимости от его температуры;

$B$  – ширина листа;

$k = (Ehc)/(2s_T)$ ,  $m = (6M)/(s_T B h^2)$  – безразмерные величины, введенные для упрощения формы записи при дальнейших математических преобразованиях.

Предлагаемая методика расчёта является аналитической по характеру подхода и численной в смысле необходимости приближённых методов решения системы уравнений. Именно этот промежуточный вариант представляется оптимальным, так как по адекватности не уступает конечно-разностному, зато требует намного меньшего объёма вычислений.

Знание величин  $m_i, a_i, b_i$  даёт возможность найти для последующего прочностного и энергетического расчёта значения сил, действующих на ролики, и крутящий момент. Силы вычисляются из условий равновесия. В общем случае:

$$P_i = (M_{i-1} + M_i) / \Delta x_{i-1}' + (M_i + M_{i+1}) / \Delta x_i' \tag{7}$$

где  $\Delta x_i'$  определяется согласно (1). Без учёта смещений и при  $\Delta x_i = t/2$  эта формула совпадает с известной.

Горизонтальная сила, необходимая для протягивания листа через  $i$ -й межроликовый участок машины, с учётом формул (8) может быть представлена как:

$$\Delta T_i = - \int_{-M_i}^{M_{i+1}} c dM = \frac{s_T B h^2}{6 \Delta x_i} \cdot (m_i + m_{i+1}) (tg b_i + tg a_{i+1}). \tag{8}$$

Суммарный крутящий момент, затрачиваемый на совершение работы пластического деформирования, при одинаковом диаметре приводных роликов выражается через параметр  $e$  формулой:

$$M_{кр,\Sigma} = 0,5d \sum_{i=1}^{n-1} \Delta T_i = e s_T B h d / 2. \tag{9}$$

При разработке математической модели учитывалось изменение механических свойств в зависимости от температуры  $T_i$  реализуемого процесса, а именно модуля упругости  $E_i$  [3] (10) и напряжения текучести  $s_{T_i}$  [4] (11):

$$E_i = \left[ E_0 + a_1 \left( \frac{T_i}{1000} \right) + a_2 \left( \frac{T_i}{1000} \right)^2 + a_3 \left( \frac{T_i}{1000} \right)^3 \right] \cdot 10^5, \tag{10}$$

$E_0$  – опорное значение модуля упругости материала листа, определяемое при комнатной температуре;

$a_1, a_2, a_3$  – значения коэффициентов регрессии, характеризующих влияние температуры на величину модуля упругости;

$$s_{T_i} = s_{T_0} \exp[a_i(T_i - T_0)], \quad (11)$$

где  $s_{T_0}$  – напряжение текучести, определяемое при температуре  $T_0 = 1000$  °С;  $a_i$  – коэффициент, характеризующий влияние температуры на величину напряжения текучести;

На рис. 2 представлены эмпирические распределения модуля упругости для различных сталей при различных значениях температуры, а также единая кривая. Для данной кривой выведено обобщенное уравнение регрессии в виде полинома третьей степени (12):

$$E_i = \left[ 2,1 - 0,628 \left( \frac{T_i}{1000} \right) + 0,830 \left( \frac{T_i}{1000} \right)^2 - 1,458 \left( \frac{T_i}{1000} \right)^3 \right] \cdot 10^5 \text{ (МПа)}. \quad (12)$$

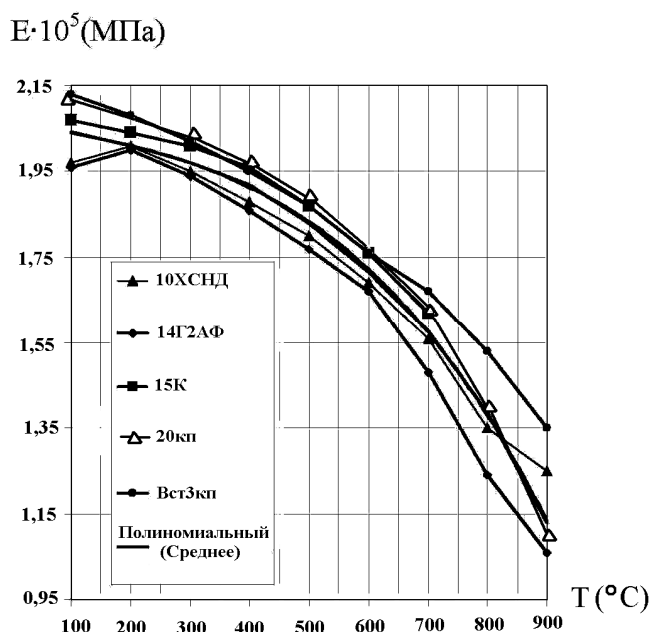


Рис. 2. Расчетные распределения модуля упругости для различных сталей при различных значениях температуры

Предлагаемая методика расчёта является аналитической по характеру подхода и численной в смысле необходимости приближённых методов решения системы уравнений. Именно этот промежуточный вариант представляется оптимальным, так как по адекватности не уступает конечно-разностному, однако требует намного меньшего объёма вычислений.

Отличительной особенностью разработанной математической модели является возможность расчета не только энергосиловых параметров, а и основных показателей качества готового металлопроката, к которым следует отнести результирующую кривизну  $c_1$ . Следует отметить, что разработанная математическая модель была реализована на языке C++, что обеспечило высокое быстродействие и, как следствие, возможность ее использования в качестве целевой функции при постановке и решении задач многовариантного плана, к которым относятся задачи оптимизации и автоматизированного проектирования.

В качестве примера результатов численной реализации рассмотренной выше математической модели и соответствующих ей программных средств на рис. 3 представлены расчетные распределения сил и моментов правки для различных сочетаний исходных данных.

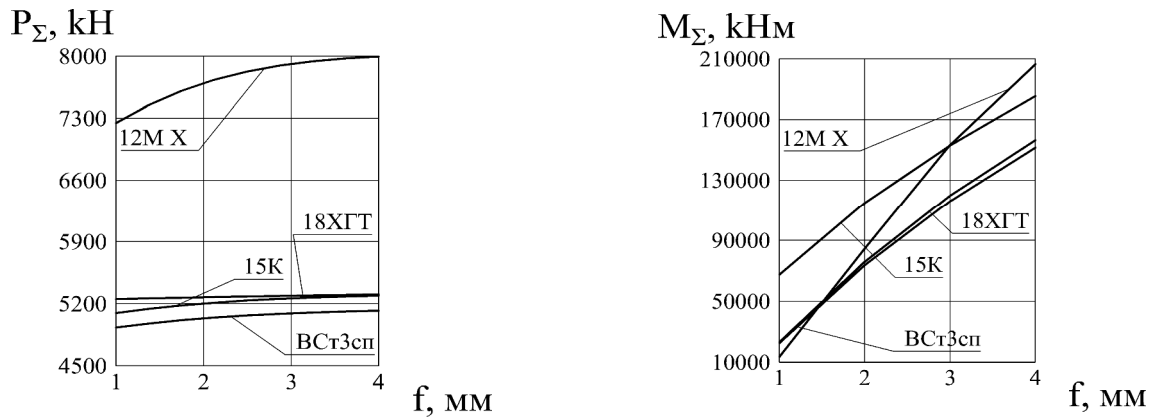


Рис. 3. Расчетные распределения энергосиловых параметров процесса горячей правки относительно толстых листов ( $t = 300$  мм,  $n = 11$ ,  $T = 500^{\circ}\text{C}$ ,  $h = 20$  мм,  $B = 2800$  мм)

Для оценки степени достоверности получаемых результатов, а также расширения диапазона предоставляемой информации была разработана математическая модель процесса правки относительно толстых листов, основанная на методе конечных элементов. Реализация модели была осуществлена в программном пакете ABAQUS 6.5.

При расчете рабочие ролики моделировались недеформируемыми аналитическими поверхностями, а металл – четырехузловыми элементами с плоско деформированным состоянием и редуцированной схемой интегрирования. Материал листа рассматривался как изотропный упругопластический с условием пластичности Мизеса. Зависимость предела текучести от относительной деформации определяли путем аппроксимации кривой деформационного упрочнения, заданной табличными значениями.

На рис. 4. представлены примеры распределения эквивалентных напряжений по длине и толщине листа при реализации процесса правки на многороликовой правильной машине. В данном случае наряду с распределением напряжений и деформаций представлена также информация о геометрии листа как при его прохождении роликов правильной машины.

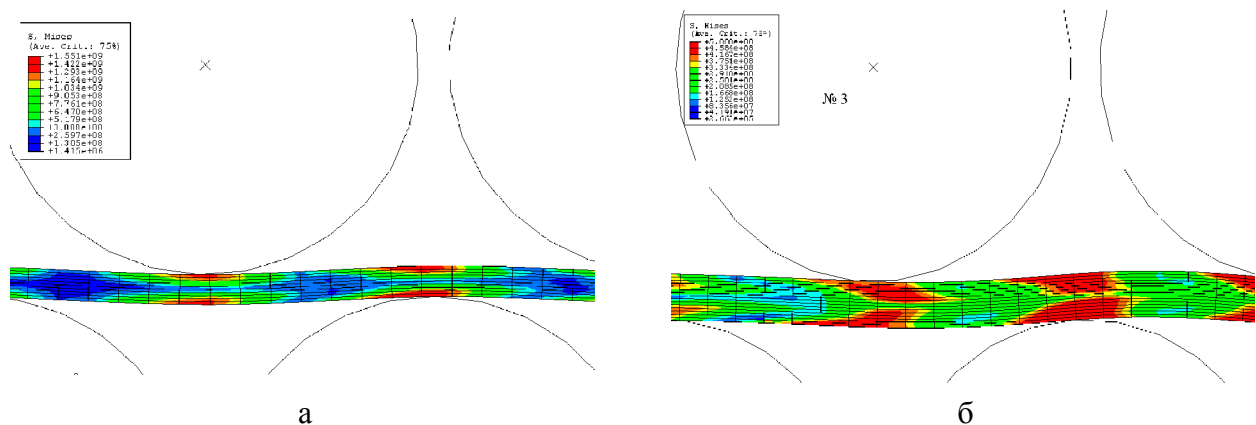


Рис. 4. Примеры распределения эквивалентных напряжений по толщине полосы при реализации процесса правки листов толщиной:  
а – 10 мм; б – 20 мм из стали 45

Результаты моделирования интегральных энергосиловых показателей процесса правки относительно толстых листов на многороликовых правильных машинах представлены на рис. 5 в виде значений суммарной силы и момента правки. Интересным в этом случае представляется распределение энергосиловых параметров реализуемого технологического процесса не только с точки зрения установившегося режима, но и в процессе прохождения листа под каждым рабочим роликом листопрямильной машины.

При этом полученные данные могут быть использованы не только с точки зрения проверочных и проектировочных прочностных расчетов, но и для определения режима работы и, как следствие, долговечности основных деталей и исполнительных органов механического оборудования.

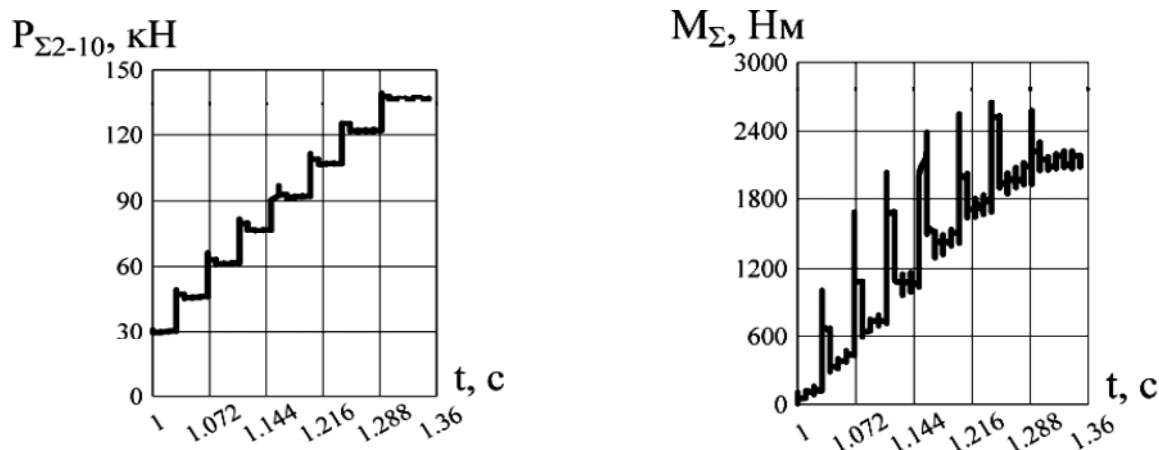


Рис. 5. Расчетные распределения интегральных значений энергосиловых параметров процесса правки относительно толстых листов

Оценка степени достоверности полученных теоретических решений и разработанных на их основе практических рекомендаций была осуществлена при помощи экспериментальных исследований, проведенных на созданной для этих целей лабораторной девятироlikовой листопрямительной машине  $9 \times 100 \times 250$  ДГМА.

Деформации подвергали листовые заготовки из стали 45, 08 кп и 65 Г. Ширина обрабатываемых листовых заготовок составляла 100 мм.

Погрешность получаемых теоретических результатов по суммарной силе правки составляла  $> 10\%$ , а моменту –  $30\%$ . Также было установлено критериальное соответствие теоретических и эмпирических значений результирующей кривизны готового листа.

## ВЫВОДЫ

Таким образом, разработаны математические модели и программные средства по автоматизированному расчету процесса правки толстых листов на многороликовых правильных машинах.

Учтено изменение механических свойств материала листа в зависимости от температуры реализуемого процесса. Получено уравнение регрессии, описывающее изменение модуля упругости в зависимости от температуры для группы сталей со сходными механическими свойствами. При помощи разработанной модели произведен расчет энергосиловых параметров процесса правки толстых листов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Луговской В. М. Определение деформации листов в роликопрямительных машинах / В. М. Луговской, В. И. Дунаевский // Кузнечно-штамповочное производство. – 1965. – № 6. – С. 17–24.
2. Batty F. A. Heavy plate levelers / F. A. Batty, K. T. Lawson // Journal of The Iron and Steel Institute. – 1965. – P. 1115–1128.
3. Фридман Я. Б. Механические свойства металлов. В 2 т. Т. 1. / Я. Б. Фридман // Металловедение и термическая обработка стали. – М.: Машиностроение, 1974. – 472 с.
4. Коновалов Ю. В. Расчет параметров листовой прокатки / Ю. В. Коновалов, А. Л. Остапенко, В. И. Пономарев // Справочни. – М.: Металлургия, 1986. – 430 с.